

Miron Czerniec<sup>1</sup>, Jerzy Kiełbiński, Jurij Czerniec<sup>2</sup>

## METODA NA OSZACOWANIE WPŁYWU ZUŻYCIA NA WYTRZYMAŁOŚĆ STYKOWĄ ORAZ TRWAŁOŚĆ PRZEKŁADNI ŚLIMAKOWEJ ZE ŚLIMAKIEM ARCHIMEDESA

**Streszczenie.** Przedstawiono zmodyfikowaną metodę na oszacowanie wpływu zużycia zębów przekładni ślimakowej ze ślimakiem Archimedesesa na wytrzymałość stykową oraz trwałość. Ustalono prawidłowość wpływu zużywania na badane parametry.

**Słowa kluczowe:** przekładnia ślimakowa ze ślimakiem Archimedesesa, naciski stykowe, trwałość, zużycie, wpływ zużywania.

### WPROWADZENIE

Przekładnie ślimakowe ze ślimakiem Archimedesesa są szeroko stosowane w różnorodnych urządzeniach oraz sprzęcie. W zazębieniu powstaje tarcie ślizgowe, w wyniku którego występują zużycie zębów koła ślimakowego. Dlatego też na etapie projektowania konieczne jest oszacowanie jego wpływu na nośność oraz trwałość przekładni. Jednak według znanych w literaturze metod oceny zużycia ściernego zębów przekładni ślimakowych [1 - 3] nie jest możliwe przeprowadzenie tego typu oszacowań. W oparciu o metodę obliczeniową badania kinetyki zużywania badanego typu przekładni [4] została opracowana zmodyfikowana metoda oszacowania wpływu zużycia zębów koła ślimakowego na zmianę warunków styku i, odpowiednio, na wytrzymałość stykową, promień krzywizny zębów oraz trwałość przykładni.

### Oszacowanie zużycia liniowego

Odpowiednio [4] zużycie liniowe zębów koła ślimakowego w ciągu jednego obrotu oblicza się według wzoru

$$h'_{2j} = \frac{v_j t'_j \left( f p_{j \max}^{(w)} \right)^{m_2}}{C_2 \left( \tau_{s2} \right)^{m_2}}, \quad (1)$$

<sup>1</sup> Instytut Technologicznych Systemów Informatycznych, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska.

<sup>2</sup> Dział Badań Naukowych, Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Drohobyczu (Ukraina).

gdzie:

$t'_j = 2b_j / v_j$  – czas styku elementów zazębienia w  $j$ -tym punkcie na drodze tarcia o długości  $2b_j$ ,

$v_j$  – prędkość poślizgu w punkcie  $j$  zazębienia na wysokości zwojów ślimaka,

$f$  – współczynnik tarcia ślizgowego,

$C_2, m_2$  – wskaźniki odporności na zużycie materiału koła ślimakowego w wybranej parze oraz warunkach zużywania określane w wyniku badań doświadczalnych,

$\tau_{s2} \approx 0,35R_{m2}$  – wytrzymałość doraźna na ścinanie materiału koła ślimakowego,

$R_{m2}$  – wytrzymałość doraźna materiału koła ślimakowego na rozciąganie,

$2b_j^{(w)} = 2,256\sqrt{\Theta N' \rho_j / bw}$  – szerokość pola styku,

$p_{j\max}^{(w)} = 0,564\sqrt{N' / w\theta\rho_{2j}b}$  – maksymalne naciski stykowe obliczane według wzoru Hertza w zależności od liczby par zazębienia  $w$  zębów koła ślimakowego ze zwojami ślimaka,

$$\theta = (1 - \mu_1^2) / E_1 + (1 - \mu_1^2) / E_2,$$

$\nu, E$  – odpowiednio współczynnik Poissona oraz moduł Younga materiałów przekładni,

$\rho_{2j}$  – promień krzywizny zębów koła ślimakowego w punkcie  $j$  zazębienia,

$b$  – szerokość koła ślimakowego,

$N'$  – siła międzyzębna,

$$N' = \frac{2T}{d_1 \cos \alpha_{pxj} \sin(\gamma + \rho')}, \quad (2)$$

gdzie:

$T = 9550 \cdot 10^3 (N / n_1)$  – moment obrotowy przekazywany przez ślimak,

$\rho' = \arctg(f / \cos \alpha)$  – kąt tarcia,

$N$  – przekazywana moc,

$n_1$  – liczba obrotów ślimaka,

$\alpha = 20^\circ$  – kąt zazębienia,

$\gamma$  – kąt wzniesienia linii śrubowej zwojów ślimaka,

$d_1$  – średnica podziałowa ślimaka.

Promień krzywizny zębów koła ślimakowego:

$$\rho_{2j} = \left(\frac{d_2}{2} \sin \alpha_{xj} + e_{pAj}\right). \quad (3)$$

Współrzędna  $x$  będzie w granicach  $x_A < x < x_B$ . Odpowiednio  $x_A = r_f + 0,2m$ ,  $x_B = r_{a1}$ .

Odcinek zazębienia  $[x_A, x_B]$  należy rozdzielić proporcjonalnie na mniejsze odcinki:

$x_A = J_A = J_1$ ,  $x_2 = J_2$ ,  $x_3 = J_3$ , ...,  $x_B = J_n = J_B$ .

Parametry oraz zależności geometryczne przekładni ze ślimakiem Archimedes'a:

$$\begin{aligned}
 r_{f_1} &= 0,5(d_1 - 2h_{f_1}), \quad h_{f_1} = 1,2m \quad (\text{dla } \gamma \leq 15^\circ), \\
 & \quad h_{f_1} = 1,2m_n \quad (\text{dla } \gamma > 15^\circ); \\
 & \quad \operatorname{tg} \gamma = mz_1 / d_1, \quad d_1 = qm; \\
 r_{a_1} &= 0,5(d_1 + 2h_{a_1}), \quad h_{a_1} = m \quad (\text{dla } \gamma \leq 15^\circ), \\
 & \quad h_{a_1} = m_n \quad (\text{dla } \gamma > 15^\circ); \\
 r_2 &= 0,5z_2m, \quad r_2 = 0,5d_2, \quad z_2 = uz_1, \quad q = 2(1 + \sqrt{z_2}); \\
 \alpha_{pxj} &= \operatorname{arctg}(-\operatorname{tg} \alpha_{xj}), \quad \operatorname{tg} \alpha_{xj} = \frac{180}{\pi} \frac{mz_1}{2x}, \\
 e_{pAj} &= \frac{r_1 - x}{\sin \alpha_{pxj}}, \quad r_1 = 0,5d_1, \quad b = 2m\sqrt{q+1},
 \end{aligned}$$

gdzie:

- $r_{f_1}$  – promień okręgu wgłębień ślimaka,
- $m$  – moduł osiowy zazębienia,
- $m_n = m \cos \gamma$  – moduł normalny zazębienia,
- $z_1$  – liczba zębów ślimaka,
- $q$  – wskaźnik średnicowy,
- $r_{a_1}$  – promień koła występow zwojów ślimaka,
- $h_{a_1}$  – wysokość głowy zwoju ślimaka,
- $d_2$  – średnica podziałowa koła ślimakowego,
- $z_2$  – liczba zębów koła ślimakowego,
- $u$  – liczba przełożenia przekładni,
- $e_{pAj}$  – odległość punktu  $j$  od punktu przyporu.

Prędkość  $v_j$  poślizgu określa się zgodnie ze wzorem

$$v_j = \frac{\omega_1 x}{\cos \gamma_A}, \quad (4)$$

gdzie:

- $\operatorname{tg} \gamma_A = mz_1 / 2x$ ,
- $\omega_1 = \pi n_1 / 30$  – prędkość kątowa ślimaka.

## Wpływ zużywania zębów koła ślimakowego na promień krzywizny

Zmianę promieni krzywizny zębów koła ślimakowego w punktach  $j$  styku ustala się według wzoru:

$$\rho_{2jh} = \rho_{2j} + \lambda_h \sum_{j=1}^{n_2} h'_{2jn}, \quad (5)$$

gdzie:

$\lambda_h$  – bezwymiarowy współczynnik wpływu zużywania,

$h'_{2j}$  – zużycie liniowe zębów koła ślimakowego (wg (1)) w ciągu pojedynczego współdziałania, które ulega zmianie w wyniku zmiany  $\rho_{jh}$ ,  $t'_{jh}$ ,  $p_{jh \max}$ ,

$n_2$  – liczba obrotów koła ślimakowego.

Na skutek zwiększenia w każdym obrocie koła ślimakowego promieni krzywizny jego zębów ulegną zmniejszeniu maksymalne naciski stykowe oraz będzie zwiększać się pole styku

$$p_{jh \max} = 0,564 \sqrt{N'/bw\theta\rho_{jh}}, \quad 2b_{jh} = 2,256 \sqrt{\theta N'\rho_{jh}/bw}. \quad (6)$$

W procesie rozwiązywania numerycznego zagadnienia należy przeprowadzić pokrokowe obliczenie następujących parametrów:  $h'_{2jh}$ ,  $\rho_{2jh}$ ,  $\rho_{jh}$ ,  $p_{jh \max}$ ,  $2b_{jh}$ ,  $t'_{jh}$ .

Jednak metoda pokrokowo-kumulacyjna wymaga znacznego czasu na przeprowadzenie obliczeń. W celu ich przyspieszenia opracowano metodę blokowo-kumulacyjną. Polega ona na tym, że w ciągu pewnej wybranej liczby obrotów  $n_2$  koła ślimakowego (w ciągu bloku  $B$ ) warunki współdziałania nie ulegają zmianie i odpowiednio pozostają stałe wielkości  $h'_{2j}$ ,  $\rho_{j \max}$ ,  $2b_j$ ,  $t'_j$ . Tak więc w tym przypadku

$$\rho_{2jh} = \rho_{2j} + \lambda_h \sum^B h'_{2jn}. \quad (6)$$

## Zużycie zębów koła ślimakowego

W przypadku metod pokrokowo-kumulacyjnej oraz blokowo-kumulacyjnej sumaryczne zużycie  $h_{2j}$  zębów koła ślimakowego ustala się następująco:

$$h_{2jn} = \sum_1^{n_{2*}} h'_{2jn}, \quad h_{2jB} = \sum_1^{n_{2*}} h_{2jB}, \quad (7)$$

gdzie:  $h_{2jB} = \sum h'_{2j}$  – zużycie zębów w ciągu bloku.

## Trwałość przekładni ślimakowej

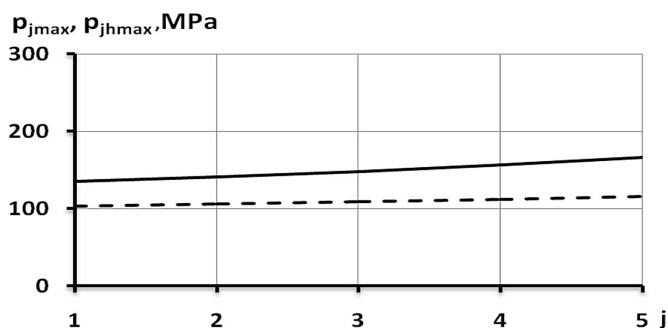
Trwałość przekładni przy zużyciu dopuszczalnym  $h_{2*}$ , które osiąga się przy liczbie obrotów  $n_{2*}$  koła ślimakowego, będzie

$$t^* = n_{2*} / 60n_2. \quad (8)$$

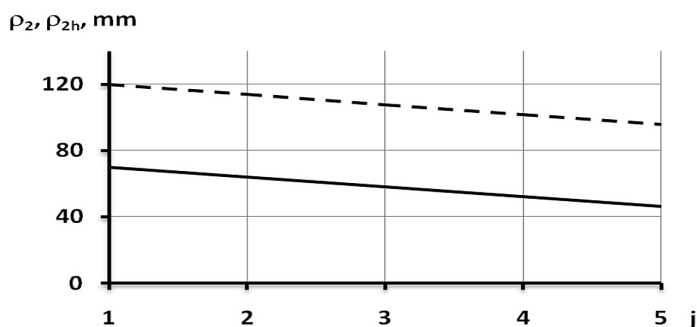
## Analiza numeryczna zagadnienia

Numeryczne rozwiązanie zagadnienia przeprowadzono przy następujących danych:  $N = 3,5$  kW,  $n_1 = 1410$  obr/min,  $m = 6$  mm,  $z_1 = 2$ ,  $u = 25,5$ ,  $f = 0,05$ ,  $q = 8$ ; ślimak-stal 45 hartowana (HRC 50), dla której  $E_1 = 2,1 \times 10^5$  MPa,  $\nu_1 = 0,3$ ; wieniec koła ślimakowego – brąz CuSn6Zn6Pb6, dla której  $E_2 = 1,1 \times 10^5$  MPa,  $\nu_2 = 0,34$ ,  $C_2 = 7,6 \times 10^6$ ,  $m_2 = 0,88$ ;  $\tau_{s2} = 75$  MPa; punkty styku:  $j = 1$  ( $x = 18$  mm),  $j = 2$  ( $x = 20$  mm),  $j = 3$  ( $x = 20$  mm),  $j = 4$  ( $x = 24$  mm),  $j = 5$  ( $x = 26$  mm);  $h_{2*} = 0,5$  mm;  $\lambda_h = 100$ ;  $B = 10(\pi n_1 / 30 u) = 33177$  obrotów; występuje zazębienie dwuparowe.

Wyniki obliczeń są podane na rys. 1 – 6 (linia ciągła – stałe warunki kontaktu, linia kreskowa – zmienne warunki na skutek zmiany promieni krzywizny przy zużyciu).



Rys. 1. Maksymalne naciski stykowe w zazębieniu



Rys. 2. Zmiana promieni krzywizny przy zużyciu dopuszczalnym  $h_{2*} = 0,5$  mm zębów koła ślimakowego

Analiza rys. 1 świadczy, że przy uwzględnieniu zużycia zębów maksymalne naciski stykowe  $p_{jmax}$  maleją: na wejściu w zazębienie w 1,31 razy, na wyjściu z niego – w 1,43 razy. W wyniku zużycia zębów ich promień krzywizny  $\rho_{2j}$  po-

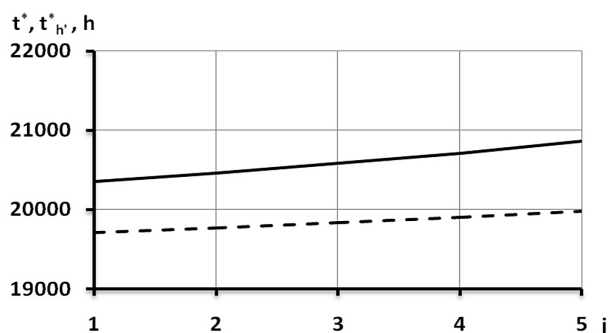
większając się (rys. 2), co powoduje obniżenie  $p_{j \max}$ .

Zużycie liniowe zębów w ciągu godziny pracy przekładni podano na rysunku 3. W przypadku stałych warunków kontaktu zużycie  $\bar{h}_{2j}$  będzie nieco mniejsze od zużycia  $\bar{h}_{2j}$  przy ulegających zmianie warunkach kontaktu.

Przedstawione na rys. 3 wyniki pokazują, że droga tarcia w pojedynczym współdziałaniu zęba ze zwojem ślimaka ulega zmianie podczas zużywania zębów. Przyczyną jest wzrost drogi tarcia  $2b_{j1}$  (rys. 4). Wzrost drogi tarcia  $2b_{j1}$  powoduje wzrost czasu zużywania  $t'_{j1} = 2b_{j1} / v_0$ . We wzorze (1) wzrost  $t'_{j1}$  będzie miał większy wpływ niż obniżenie  $p_{j \max}$ .

Trwałość  $t_h^*$  przekładni z uwzględnieniem zużywania zębów koła ślimakowego będzie nieco mniejsza (o  $\approx 3,5\%$ ) jak w przypadku stałych warunków pracy (rys. 5). Minimalna trwałość zębów występuje na wejściu w zazębienie.

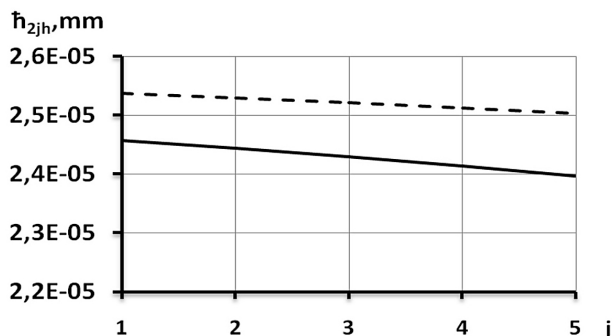
Prędkość poślizgu w zazębieniu pozostaje bez zmian bez względu na warunki kontaktu (rys. 6) ulegając powiększeniu od wejścia do wyjścia z zazębienia.



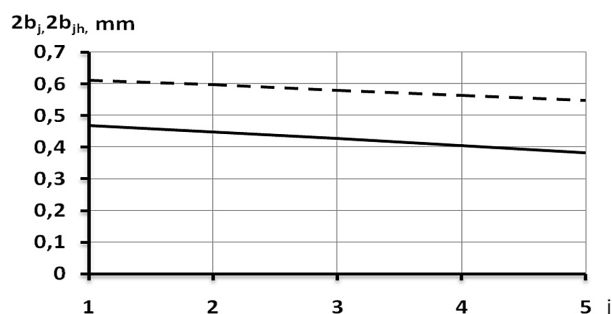
Rys. 5. Trwałość przekładni ślimakowej przy zużyciu dopuszczalnym  $h_{2*} = 0,5$  mm zębów



Rys. 6. Prędkość poślizgu w poszczególnych punktach zazębienia



Rys. 3. Zużycie liniowe zębów koła ślimakowego: linia ciągła – w ciągu 1-go bloku obrotów, linia kreskowa – w ciągu ostatniego bloku



Rys. 4. Wartość pola styku elementów ząbkowania przekładni w wybranych punktach

## WNOSKI

Na podstawie opracowanej metody został przebadany wpływ zużywania zębów koła ślimakowego tak na parametry styku jak na trwałość przekładni. Wykazano, że przy tym nośność przekładni znacznie podwyższa się, natomiast jej trwałość nie zwiększa się, a nieco maleje.

## BIBLIOGRAFIA

1. Sharif K.J., Evans H.P., Snidle R.W., Barnett D., Egorov I.M.: Effect of elastohydrodynamic film thickness on a wear model for worm gears. IMechE, Vol. 220, 2006, Part J: Engineering Tribology, p. 295 – 306.
2. Sharif K.J., Evans H.P., Snidle R.W.: Prediction of the wear pattern in worm gears. Wear, Vol.261, 2006, p. 666 – 673.
3. Sabiniak H. G.: Obciążalność i trwałość przekładni ślimakowych. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2007.
4. Czerniec M., Kielbiński J.: Metoda badania kinetyki zużywania przekładni ślimakowej ze ślimakiem Archimedesesa. Tribologia 2009, nr 3, 31-40.

## **THE WEAR INFLUENCE ASSESSMENT METHOD ON CONTACT STRENGTH AND DURABILITY OF WORM GEAR WITH ARCHIMEDEAN WORM**

### **Summary**

The modified wear influence assessment method of worm gears with Archimedean worm on contact strength and durability has been filed. The regularities of wear influence on the investigated parameters have been established.

**Key words:** worm gear with Archimedean worm, contact pressures, durability, wear, wear influence.