

Jerzy Józwik <sup>1)</sup>

## MODELOWANIE UGIĘĆ SPRĘŻYSTYCH PRZEDMIOTÓW OBRABIANYCH W PROCESIE SKRAWANIA TOCZENIEM

**Streszczenie:** W pracy zaprezentowano uproszczony proces modelowania odkształceń sprężystych wałów dla typowych przypadków zamocowania na obrabiarce. Analizie poddano trzy sposoby zamocowania przedmiotu obrabianego na obrabiarce: w szczękach uchwytu tokarskiego, w szczękach uchwytu z podparciem kłem konika oraz zamocowanie przedmiotu w kłach. Wyznaczono równania, na podstawie tych równań w prosty i szybki sposób możliwa jest predykcja wartości ugięcia sprężystego wału przy zadanym sposobie zamocowania na obrabiarce.

**Słowa kluczowe:** modelowanie, odkształcenia sprężyste, błędy obróbki, proces skrawania, toczenie.

### WSTĘP

Dążenie do osiągnięcia wysokiej dokładności obróbki towarzyszy technologii ubytkowego kształtowania materiałów od początków powstania pierwszych obrabiarek [1, 8]. Minimalizowanie błędów wykonania przedmiotu obrabianego od dawna zajmowało umysły naukowców, wynalazców i badaczy. Obecnie, postęp jaki jest obserwowany w poznawaniu wzajemnym oddziaływań pomiędzy narzędziem skrawającym, konstrukcją obrabiarki, techniką napędu i techniką sterowania, przekłada się bezpośrednio na wyraźny rozwój i rozszerzanie zakresu oraz efektywności sposobów obróbki ubytkowej [8]. Z analizy literatury wynika jednoznacznie, że wiele problemów pozostaje nie rozwiązanych (np. związanych z cieplnymi i sprężystymi odkształceniami przedmiotów podczas obróbki) [2-7, 9, 10]. Chociaż postęp w dziedzinie oprzyrządowania stanowiska pracy, sterowania obrabiarek oraz monitorowania przyniósł już wymierne korzyści, nie rozwiązał on jednak w pełni problemu występowania znacznych błędów obróbki [8].

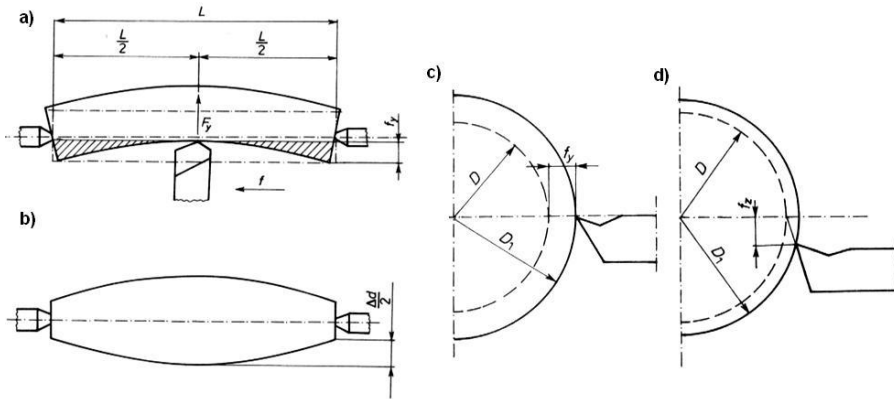
### MODELOWANIE UGIĘĆ SPRĘŻYSTYCH WAŁKA

W świetle dynamicznie rozwijających się technologii wytwarzania, oczekiwania dotyczące dokładności wymiarowo-kształtowej przedmiotów obrabianych przez

---

<sup>1</sup> Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Katedra Podstaw Inżynierii Produkcji.

skrawanie również ciągle wzrastają [8]. Odształcenia przedmiotu obrabianego jakie zachodzą podczas procesu skrawania - zarówno w skali makro jak również mikro, zależą od położenia narzędzia wzdłuż jego osi, sił skrawania, parametrów technologicznych obróbki, ilości generowanego ciepła oraz parametrów geometrycznych narzędzia i samego obrabianego elementu [2, 6, 7]. Na rys. 1a i b zaprezentowano wpływ ugięcia sprężystego przedmiotu obrabianego PO - wskutek oddziaływań siłowych w układzie PO-N (przedmiot obrabiany – narzędzie), na końcowy kształt i wymiary gotowej części [1]. Mała sztywność przedmiotu obrabianego oraz duże wartości siły skrawania są przyczyną znacznych, sprężystych odkształceń PO podczas obróbki [2-7,9,10]. Podatność narzędzi skrawających w tym również niepewne ich mocowanie powodują odkształcenia, skutkiem których są błędy wykonania przedmiotów obrabianych (rys. 1c i d). Podatność układu PO-N powoduje przesunięcia narzędzia i przedmiotu obrabianego. W konsekwencji doprowadzają one do zwiększania wartości błędów wykonania części [1].



**Rys. 1.** Wpływ ugięcia sprężystego na końcowy kształt i wymiary przedmiotu obrabianego: a) wpływ ugięcia sprężystego przedmiotu obrabianego PO, b) błąd kształtu przedmiotu obrabianego, c) wpływ poziomego przemieszczenia sprężystego narzędzia na wartość średnicy obrabianego wałka, d) wpływ pionowego przemieszczenia sprężystego narzędzia na wartość średnicy obrabianego wałka [1]

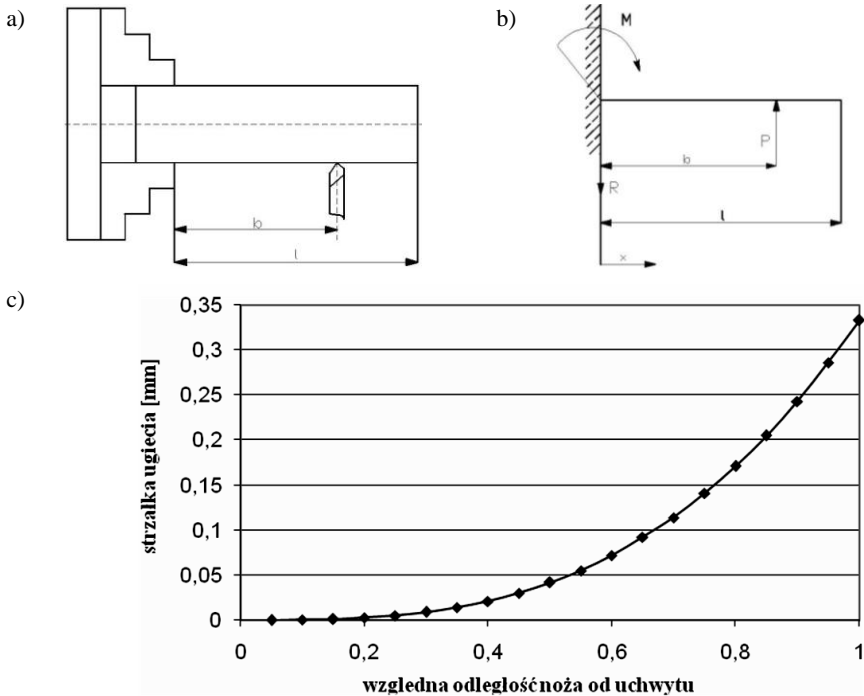
Na rys. 1c przedstawiono wpływ poziomego przemieszczenia sprężystego narzędzia na wartość średnicy przedmiotu obrabianego, zaś rys. 1d wpływ pionowego ugięcia noża na przyrost średnicy toczonego wałka [1]. W zależności od geometrii obrabianego elementu oraz specyfiki oddziaływań siłowych, wartość powstających odkształceń może kształtować się na wysokim poziomie. Aby móc skutecznie przeciwdziałać powstającym odkształceniom i minimalizować błędy obróbki niezbędne jest poznanie natury związków pomiędzy oddziaływaniami zewnętrznymi i wewnętrznymi procesu skrawania a powstającymi błędami obróbki. Duże nadzieje pokłada się w modelowaniu procesu skrawania oraz zjawisk fizykochemicznych im towarzyszących. Modele umożliwiają wyprzedzające przewidywanie wyników uzyskiwanych podczas procesu skrawania [1-7]. Znane

z literatury modele procesu skrawania różnią się między sobą przyjmowanymi założeniami, sposobami rozumowania jak również dysponowanym narzędziem modelowania (aparatury matematyczne [4], FEM – Finite Element Method [9, 10], BEM – Boundary Element Method, DFM Difference Finite Method [7], ANN Artificial Neural Network [2, 3, 5]). Intensywne prace w obszarze modelowania odkształceń przedmiotu obrabianego podczas skrawania prowadzone są między innymi przez zespół naukowy: Kops L., Gould M., Mizrach M. [4]. Efektem tych prac jest model analityczny ugięć podczas toczenia przedmiotu obrabianego pod wpływem składowej promieniowej siły skrawania. Interesujące wyniki modelowania ugięć sprężystych przedmiotów obrabianych w procesie skrawania toczeniem osiągnięto stosując metodę elementów skończonych. Zaprezentowano je w pracach zespołu Phan A. V., Cloutier G. i Mayer J.R.R. [9, 10]. Niezwykle istotne wyniki modelowania odkształceń przedmiotu obrabianego podczas toczenia przedstawiają naukowcy z uniwersytetu w Kowloon z Hong Kongu oraz Politechniki w Kijowie. Li X., Venuvinod P. K., Djorjevich A. i Liu Z. [5] jako narzędzie numeryczne wykorzystują adaptacyjne, oparte na sztucznych sieciach neuronowych i logice rozmytej systemy wnioskowania prognostycznego (ANFIS - Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System).

Jednak, jak podaje raport: „Modelling of Machining Operations” (sporządzony przez: Luttervelt, C.A.; Childs, T.H.C.; Jawahir, I.S. ; Klocke, F.; Venuvinod, P.K. [8]), dotychczasowe modele nie dostarczają jeszcze w pełni godnych zaufania – uniwersalnych informacji o modelowanym procesie. Publikowany w kilku językach raport donosi, że istnieje deficyt użytecznych modeli zbudowanych w oparciu o sztuczne sieci neuronowe (ANN), logikę zbiorów rozmytych (Fuzzy logic) oraz metody hybrydowe (Neuro-fuzzy).

### **Modelowanie ugięć sprężystych wałka zamocowanego w szczękach uchwytu tokarskiego**

W praktyce inżynierskiej dostępnych jest wiele narzędzi numerycznych wspomagających proces modelowania. W niniejszej pracy przedstawiono matematyczny zapis prostych modeli umożliwiających predykcję odkształceń sprężystych wałka na podstawie informacji o rodzaju materiału obrabianego, jego geometrii i siłowych oddziaływaniach podczas skrawania. Na rys. 2 przedstawiono zamocowanie przedmiotu obrabianego w uchwycie tokarskim trzyszczekowym oraz położenie  $b$  składowej promieniowej siły skrawania  $F_r=P$  względem szczęk uchwytu. Dla uproszczenia przyjęto, że zmiana przekroju porzecznego obrabianego wałka jest na tyle niewielka, że nie wpływa w sposób istotny na jego sztywność (średnica przedmiotu obrabianego przed i po obróbce jest taka sama). Założono, że na przedmiot obrabiany działa jedynie jedna składowa wypadkowej siły skrawania prostopadła do jego osi - składowa promieniowa ( $F_r=P$ ). W pracy pominięto zmienną sztywność uchwytu, obrabiarki i narzędzia. Założono, że te elementy systemu obróbkowego pozostają nieodkształcalne.



**Rys. 2.** Zamocowanie przedmiotu w uchwycie tokarskim trzyszczękowym, a) widok ogólny, b) model geometryczny do obliczeń, c) wyniki obliczeń numerycznych strzałki ugięcia wału

Mocowanie przedmiotu w uchwycie trzyszczękowym zamodelowano jako belkę zamocowaną w ścianie. Na rys. 2b przedstawiono uproszczony model zamocowania przedmiotu wraz z siłami zewnętrznymi i reakcjami podpory. Wyznaczając rozwiązania układów równań równowagi dla belki po wyznaczeniu kąta ugięcia i strzałki ugięcia (stosując metodę Clebscha) oraz stałych całkowania (korzystając z warunków brzegowych – kąt ugięcia i strzałka ugięcia w ścianie wynoszą zero) ostateczną postać równania dla rozważanego przypadku zamocowania (w punkcie przyłożenia siły  $x=b$ ) można przedstawić równaniem (1):

$$f = \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot b^3}{E \cdot J_z} \quad (1)$$

gdzie:  $P$  - składowa promieniowa siły skrawania,  $b$  – bieżąca odległość składowej promieniowej siły skrawania od powierzchni czołowej szczęk uchwytu tokarskiego,  $E$  – moduł Younga,  $J_z$  – moment bezwładności.

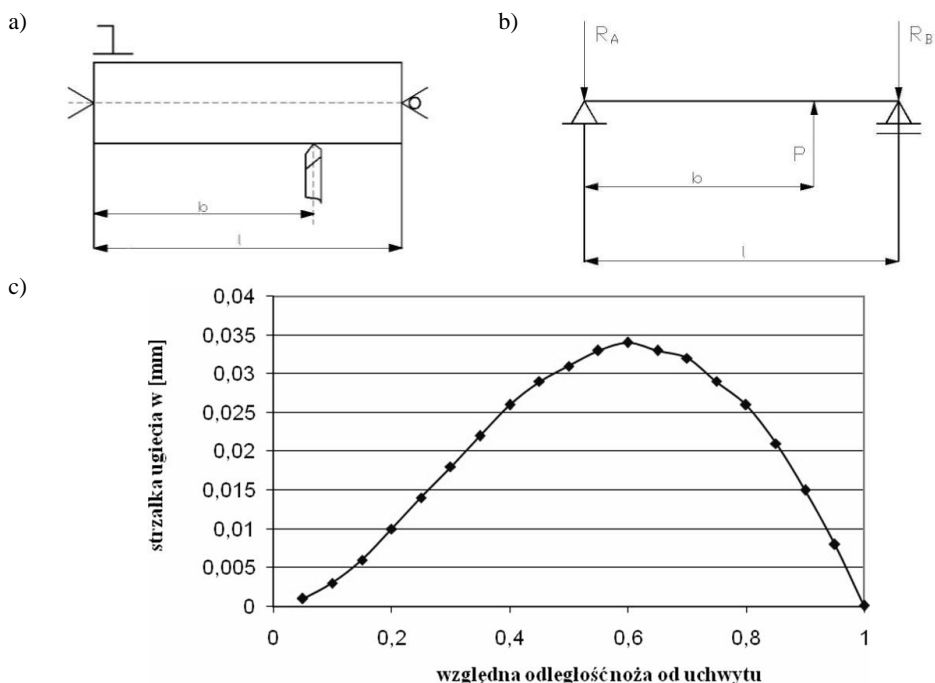
Uwzględniając względną odległość położenia narzędzia od powierzchni czołowej szczęk uchwytu  $b/l$  (w stosunku do całkowitej długości wysięgu przedmiotu obrabianego  $l$  z uchwytu) otrzymano wyniki ugięć sprężystych  $f$ . Wyniki obli-

czeń numerycznych zobrazowano na rys. 2c. Z przedstawionej charakterystyki wynika, że wartość ugięcia sprężystego dla zamocowania w szczękach uchwytu tokarskiego wzrasta w kierunku swobodnego końca przedmiotu obrabianego do poziomu 0,34mm.

Znajomość krzywej ugięcia dla tak przyjętego modelu geometrycznego (rys. 2b) oraz możliwość kompensacji on-line ugięcia sprężystego spowoduje poprawę dokładności wymiarowo-kształtowej obrabianych części.

### Modelowanie ugięć sprężystych wałka zamocowanego w kłach

Na rys. 3a przedstawiono model geometryczny zamocowania przedmiotu obrabianego w kłach oraz położenie narzędzia skrawającego względem kła stałego  $b$ . Moment obrotowy przekazywany jest przez zabierak. Podobnie jak w rozdz. 2.1, również w tym przypadku, dla uproszczenia rozważań założono, że przedmiot przed i po obróbce ma taki sam przekrój poprzeczny. Rys. 3b przedstawia uproszczony model zamocowania przedmiotu w kłach wraz z siłami zewnętrznymi i reakcjami podpór. Kieł stały zostały przedstawiony jako podpora stała a kieł obrotowy, jako podpora ruchoma.



**Rys. 3.** Zamocowanie przedmiotu w kłach, a) widok ogólny, b) model geometryczny do obliczeń, c) wyniki obliczeń numerycznych strzałki ugięcia wału

Wyznaczając rozwiązania układów równań równowagi dla belki po wyznaczeniu kąta ugięcia i strzałki ugięcia (stosując metodę Clebscha) oraz stałych całkowania (korzystając z warunków brzegowych – strzałki ugięcia w na końcach belki wynoszą zero) ostateczną postać równania dla rozważanego przypadku zamocowania (w punkcie przyłożenia siły  $x=b$ ) przedstawiono wzorem (2):

$$f = \frac{Pb^2}{EJ_z} \left( \frac{b}{6l} - \frac{b}{2} + \frac{l}{3} \right) \quad (2)$$

gdzie:  $P$  - składowa promieniowa siły skrawania,  $b$  – bieżąca odległość składowej promieniowej siły skrawania od powierzchni czołowej wałka,  $l$  – długość całkowita wałka,  $E$  – moduł Younga,  $J_z$  – moment bezwładności.

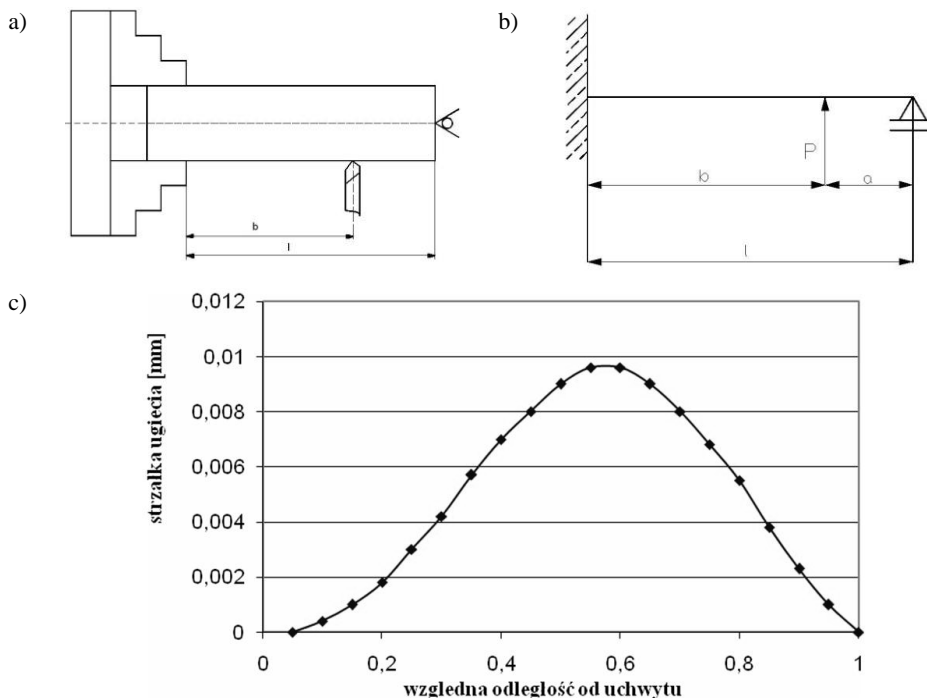
### Modelowanie ugięć sprężystych wałka zamocowanego w szczękach uchwytu tokarskiego z podparciem kłem

Na rys. 4 przedstawiono w sposób graficzny zamocowanie przedmiotu w uchwycie trzyszczękowym z podparciem kłem obrotowym konika tokarskiego. W budowanym modelu pominięto zmianę przekroju poprzecznego przedmiotu obrabianego. Mocowanie przedmiotu w uchwycie i w kle, zamodelowano jako belkę zamocowaną w ścianie i podparto podporą ruchomą. Uchwyt trzyszczękowym został przedstawiony jako ściana, zaś kiel obrotowy - jako podpora ruchoma. Układ ten jest statycznie niewyznaczalny. Aby go wyznaczyć, zastosowano metodę Maxwella-Mohra, która oparta jest na całce Wereszczagina. Zamiast reakcji w podporze ruchomej wprowadzono siłę czynną, którą wyliczono metodą Maxwella-Mohra. Wyznaczając rozwiązania układów równań równowagi dla belki, po wyznaczeniu kąta ugięcia i strzałki ugięcia oraz stałych całkowania (korzystając z warunków brzegowych - kąt ugięcia i strzałka ugięcia w ścianie wynoszą 0), ostateczna postać równania dla rozważanego przypadku zamocowania (w punkcie przyłożenia siły  $x=b$ ) wyrażono wzorem (3):

$$f = \frac{Pb^3}{2EJ_z} \left[ \left( 1 - \frac{3\left(\frac{b}{l}\right) - \left(\frac{b}{l}\right)^2}{2} \right) - \left( \frac{1 - \frac{3\left(\frac{b}{l}\right)^2 - \left(\frac{b}{l}\right)^3}{2}}{3} \right) \right] \quad (3)$$

gdzie:  $P$  - składowa promieniowa siły skrawania,  $b$  – bieżąca odległość składowej promieniowej siły skrawania od powierzchni czołowej wałka,  $l$  – długość całkowita wałka,  $E$  – moduł Younga,  $J_z$  – moment bezwładności.

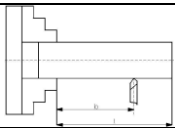
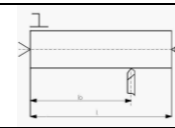
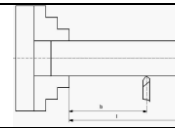
W tabeli 1 zaprezentowano wyniki obliczeń numerycznych na podstawie zbudowanych modeli (1), (2), (3). Z przeprowadzonej analizy porównawczej strzałki ugięcia (dla trzech różnych sposobów zamocowania) wynika, że najbardziej niekorzystnym przypadkiem zamocowania przedmiotu obrabianego podczas obróbki jest zamocowanie w uchwycie bez podparcia kłem. Ugięcie swobodnego końca obrabianego elementu jest na tyle duże, że ten sposób zamocowania może być jedynie stosowany dla małej wartości wysięgu przedmiotu z uchwytu ( $b/l < 0,3$  wówczas  $f < 0,009\text{mm}$ ).



**Rys. 4.** Zamocowanie przedmiotu w uchwycie tokarskim trójszczękowym z podparciem kłem, a) widok ogólny, b) model geometryczny do obliczeń, c) wyniki obliczeń numerycznych strzałki ugięcia wału.

Drugim co do wartości ugięcia sprężystego jest zamocowanie przedmiotu w kłach. Ten sposób zamocowania implikuje o rząd wielkości mniejsze wartości maksymalne ugięcie sprężystego przedmiotu obrabianego, wskutek działania składowe promieniowej siły skrawania. Nie mniej jednak wartości te są trzykrotnie wyższe w stosunku do zamocowania w szczękach uchwytu z podparciem kłem obrotowym. Z przeprowadzonej symulacji numerycznej na podstawie modelu opisanego równaniem (3) wynika, że maksymalna wartość ugięcia sprężystego wynosi 0,009 mm.

Tabela 1. Wyniki obliczeń numerycznych na podstawie zbudowanych modeli

| Względna odległość noża tokarskiego od uchwytu $b/l$ | Strzałka ugięcia przedmiotu w punkcie przyłożenia siły $x=b$                      |   |  |
|--|---|---|--|
|  |  |  |  |
| 0,05   | 0,0001  | 0,001   | 0  |
| 0,1  | 0,0004  | 0,003   | 0,001  |
| 0,15   | 0,001   | 0,006   | 0,002  |
| 0,2  | 0,003   | 0,01  | 0,003  |
| 0,25   | 0,005   | 0,014   | 0,004  |
| 0,3  | 0,009   | 0,018   | 0,005  |
| 0,35   | 0,014   | 0,022   | 0,006  |
| 0,4  | 0,021   | 0,026   | 0,007  |
| 0,45   | 0,030   | 0,029   | 0,008  |
| 0,5  | 0,042   | 0,031   | 0,009  |
| 0,55   | 0,055   | 0,033   | 0,010  |
| 0,6  | 0,072   | 0,034   | 0,010  |
| 0,65   | 0,092   | 0,033   | 0,009  |
| 0,7  | 0,114   | 0,032   | 0,008  |
| 0,75   | 0,141   | 0,029   | 0,007  |
| 0,8  | 0,171   | 0,026   | 0,005  |
| 0,85   | 0,205   | 0,021   | 0,004  |
| 0,9  | 0,243   | 0,015   | 0,002  |
| 0,95   | 0,260   | 0,008   | 0,001  |
| 1  | 0,333   | 0,000   | 0,000  |

## PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Efektorem przeprowadzonych analiz są modele ugięć sprężystych przedmiotu obrabianego w procesie skrawania toczeniem pod wpływem składowej promieniowej siły skrawania, przy zadanym sposobie zamocowania. Zbudowane modele umożliwiają wyprzedzające przewidywanie wyników ugięć sprężystych przedmiotu obrabianego podczas obróbki. W pracy założono, że elementy systemu obróbkowego takie jak uchwyt, obrabiarka, narzędzie pozostają nieodkształcalne. W rzeczywistości jednak odkształca się cały układ OUPN. Odkształcenia sumują się a ostateczny błąd gotowego wyrobu jest składową wszystkich czynników mających wpływ na ugięcie sprężyste podczas obróbki.

## PIŚMIENNICTWO

1. Feld M.: Technologia Budowy Maszyn. PWN. Warszawa 2000.
2. Józwik J., Flisiak J., Lipski J.: Numeryczna ocena odkształceń sprężystych przedmiotów cienkościennych kształtowanych w procesie skrawania toczeniem. Scientific Bulletins of Rzeszów University of Technology No 209, Mechanics 62. 2004.



3. Józwik J., Lipski J.: Application of neural network to modeling of workpiece deformations during turning process. *Maintenance and Reliability*, nr 4 /2002.
4. Kops L., Gould M., Mizrach M.: A search for equilibrium between workpiece deflection and depth of cut: key to predictive compensation for deflection in turning, 2, *Manuf. Sci. Eng., ASME PED*, 68 (2) 1994, 819-825.
5. Li X., Venuvinod P. K., Djorjevich A., Liu Z.: Predicting Machining Errors in Turning Using Hybrid Learning. *Int J Adv Manuf Technol.* 18 (2001), 863–872.
6. Li X.: Real -Time Prediction of Workpiece Errors for a CNC Turning Centre, Part 4. Cutting-Force-Induced Errors. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 17 (2001), 665–669.
7. Liu Z. Q.: Finite difference calculations of the deformations of multi-diameter workpieces during turning. *Journal of Materials Processing Technology.* 98 (2000), 310-316.
8. Luttermelt C. A., Childs T. H. C., Klocke F., Venuvinod P. K.: Present situation and future trends in modelling of machining operations. Progress Report of the CIRP working group „Modelling of Machining Operations”. *Annals of the CIRP*, 47 (2), 1998, 587–626.
9. Mayer J.R.R., Phan A.V., Cloutier G.: Prediction of diameter errors in bar turning: a computationally effective model. *Applied Mathematical Modeling* 24 (2000), 943-956.
10. Phan A.V., Cloutier G., Mayer J.R.R.: A finite element model for predicting tapered workpiece deflections in turning, *Computer Modeling and Simulation in Engineering*, 4 (1999), 138-142.
11. Phan A.V., Cloutier G., Mayer J.R.R.: A finite element model with closed-form solutions to workpiece deflections in turning. *International Journal of Production Research* , vol. 37, no. 17 (1999), 4039-4051.
12. Shiraiishi M.: In-process control of workpiece dimension in turning. *Annals of the CIRP.* 28 (1), 1979, 333-337.

## MODELING OF WORKPIECES DEFLECTIONS IN TURNING PROCESS

### Summary:

This work presents the results of workpiece deflection modeling for typical cases of mounting to the machine. Three ways to mount the workpiece on the machine was analyzed: in the chuck jaws, in the jaws grip with support and a tailstock retaining claw. Mathematical equations were determined. On the basis of these equations in a simple and fast way it is possible prediction of workpiece deflection values for typical cases of mounting to the machine.

**Keywords:** modeling, workpiece deflection, machining errors, cutting process, turning.